

1. Задача об оптимальной загрузке машин и механизмов

Постановка задачи:

На звеносборочной базе имеется двухконсольный козловой кран грузоподъемностью до 10 т и стреловой кран с двигателем внутреннего сгорания грузоподъемностью 6–25 т (в зависимости от вылета стрелы). С помощью этих машин за 8 часов необходимо произвести погрузку на платформы 800 рельсов типа Р₅₀ и 600 рельсов типа Р₆₅ длиной 25 п.м. Причем, один п.м рельсов типа Р₅₀ имеет массу 50 кг, рельсов типа Р₆₅ – 65 кг.

Двухконсольный козловой кран может погрузить рельсов типа Р₅₀ 150 т в час, рельсов типа Р₆₅ – 180 т в час. Стреловой кран может погрузить рельсов типа Р₅₀ 200 т в час и рельсов типа Р₆₅ – 200 т в час.

Стоимость работ, связанных с погрузкой 1 т двухконсольным козловым краном рельсов типа Р₅₀, – 10 ден.ед., рельсов типа Р₆₅ – 12 ден.ед., стреловым краном рельсов типа Р₅₀ – 15 ден.ед., рельсов типа Р₆₅ – 18 ден.ед.

Требуется распределить загрузку между грузоподъемными машинами таким образом, чтобы они, работая одинаковое время (единым фронтом), выполнили заданный объем работ, и чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной.

Решение:

Обозначение

x_{11} и x_{12} объём работ (в тоннах) двухконсольного козлового крана по погрузке рельсов типа Р₅₀ и рельсов типа Р₆₅ соответственно,

x_{21} и x_{22} – объём работ (в тоннах) стрелового крана по погрузке рельсов типа Р₅₀ и рельсов типа Р₆₅ соответственно.

Определим общий объём работ в тоннах по погрузке двух типов рельсов.

Необходимо погрузить

рельсов типа Р₅₀ $0,05 \cdot 25 \cdot 800 = 1000$ т

рельсов типа Р₆₅ $0,065 \cdot 25 \cdot 600 = 975$ т

Исходные данные задачи:

Вид машины i	Виды работы j		Лимит времени работы машин, ч
	Погрузка рельсов типа Р ₅₀	Погрузка рельсов типа Р ₆₅	
Двухконсольный козловый кран	150 x_{11}	180 x_{12}	8
Стреловой кран	200 x_{21}	200 x_{22}	8
Задание, т	1000	975	

Математическая модель задачи:

Целевая функция описывает затраты, связанные с выполнением заданного объема работ:

$$z = 10 x_{11} + 12 x_{12} + 15 x_{21} + 18 x_{22} \rightarrow \min$$

при ограничениях

- на лимит времени

$$\begin{cases} \frac{x_{11}}{150} + \frac{x_{12}}{180} \leq 8, \\ \frac{x_{21}}{200} + \frac{x_{22}}{200} \leq 8 \end{cases}$$

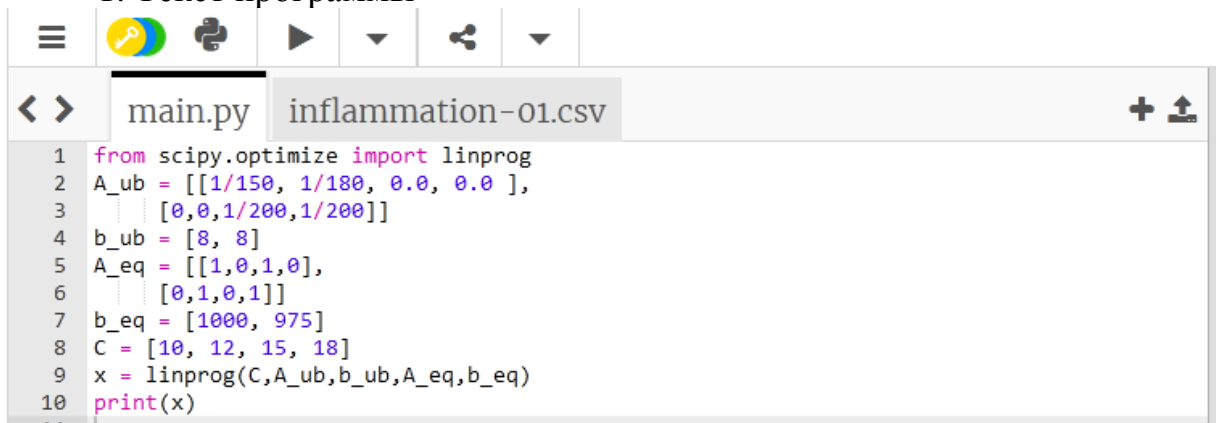
- на необходимость выполнить задание:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 1000, \\ x_{12} + x_{22} = 975 \end{cases}$$

- условие неотрицательности $x_{ij} \geq 0$ ($i, j=1, 2$).

Решение задачи с помощью Python

1. Текст программы

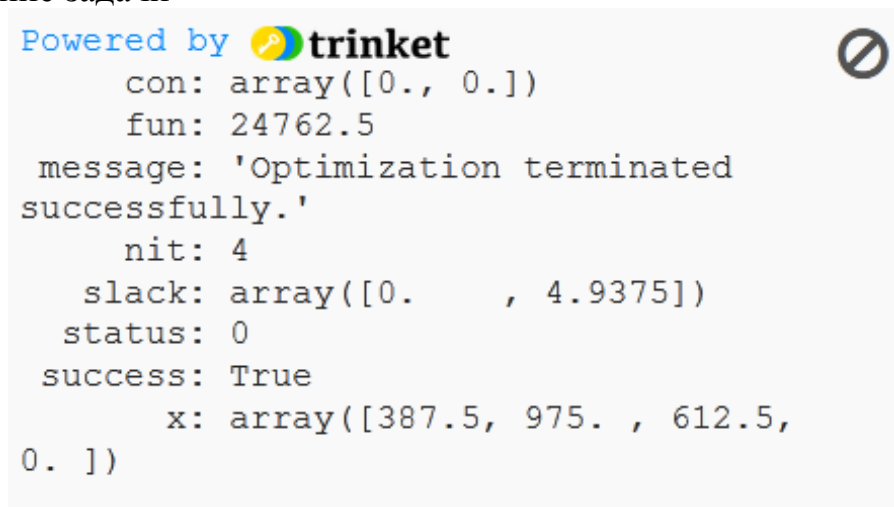


```

1 from scipy.optimize import linprog
2 A_ub = [[1/150, 1/180, 0.0, 0.0 ],
3         [0,0,1/200,1/200]]
4 b_ub = [8, 8]
5 A_eq = [[1,0,1,0],
6         [0,1,0,1]]
7 b_eq = [1000, 975]
8 C = [10, 12, 15, 18]
9 x = linprog(C,A_ub,b_ub,A_eq,b_eq)
10 print(x)

```

2. Решение задачи



```

Powered by trinket
con: array([0., 0.])
fun: 24762.5
message: 'Optimization terminated
successfully.'
nit: 4
slack: array([0. , 4.9375])
status: 0
success: True
x: array([387.5, 975. , 612.5,
0. ])

```

Рисунок 1 – Решение задачи

Вывод. Согласно полученному оптимальному плану

Двухконсольный козловой кран должен погрузить

рельсов типа P50 387,5 т,

рельсов типа P65 975 т.

Стреловой кран должен погрузить

рельсов типа P50 612,5 т.

рельсов типа P65 0 т.

Стоимость всех работ по погрузке будет минимальной и составит 24762,5 ден. ед.